

Ableitungsregel

$f'(x)$ ist die **erste Ableitung** der Funktion $f(x)$. (Sprechweise: "f Strich von x")
Die erste Ableitung einer Funktion gibt die **Steigung** des Funktionsgraphen an, d.h. die Steigung des Funktionsgraphen an einer beliebigen Stelle z.B. $x = 2$ berechnet man durch einsetzen in die erste Ableitung $f'(2)$.

Potenzregel:	$f(x) = x^n \quad \Rightarrow \quad f'(x) = n \cdot x^{n-1}$ <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none">• $f(x) = x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3 \cdot x^2$• $g(x) = x^5 \quad \Rightarrow \quad g'(x) = 5 \cdot x^4$• $h(x) = x^{-3} \quad \Rightarrow \quad h'(x) = -3 \cdot x^{-4}$
Faktorregel: Faktoren bleiben beim ableiten erhalten.	$f(x) = a \cdot x^n \quad \Rightarrow \quad f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1}$ <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none">• $f(x) = 5x^3 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 5 \cdot 3 \cdot x^2 = 15x^2$• $k(x) = 2x^{-4} \quad \Rightarrow \quad k'(x) = 2 \cdot (-4) \cdot x^{-5} = -8x^{-5}$
Summenregel: Die Ableitung einer Summe ist gleich der Summe der Ableitungen der Summanden. Diese Regel gilt auch bei Differenzen.	$f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)$ <p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none">• $f(x) = 5x^3 + 3x^4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 15x^2 + 12x^3$• $g(x) = 2x^5 - 5x^3 \quad \Rightarrow \quad g'(x) = 10x^4 - 15x^2$
Spezialfälle:	<ul style="list-style-type: none">• <u>konstante Funktion</u> $f(x) = c \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0$<p>Anmerkung: Die konstante Funktion hat als erste Ableitung immer 0, da sie nirgends eine Steigung aufweist. Eine konstante Funktion ist parallel zu x-Achse. Bsp.: $f(x) = 5 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0$</p>• <u>lineare Funktion</u> $f(x) = m \cdot x + b \quad \Rightarrow \quad f'(x) = m$<p>Anmerkung: Die Steigung bei einer linearen Funktion ist an jedem Punkt der Funktion gleich Steigungsfaktor m. Bsp.: $f(x) = 3x + 8 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3$</p>

Bemerkung: $f'(x)$ ist die erste Ableitung der Funktion $f(x)$.
(Sprechweise: "f Strich von x")

Die Ableitung der ersten Ableitung ist die zweite Ableitung $(f''(x))$.

Die Ableitung der zweiten Ableitung ist die dritte Ableitung $(f'''(x))$.

Die Ableitung der dritten Ableitung ist die vierte Ableitung $(f^{(4)}(x))$.

Die Ableitung der vierten Ableitung ist die fünfte Ableitung $(f^{(5)}(x))$.

Usw..

Beispiel:

$$f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 3x^2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 20x^3 + 6x^2 - 6x$$

erste Ableitung

(Sprechweise: "f Strich von x ist gleich 20 mal x hoch 3 ...")

$$\Rightarrow f''(x) = 60x^2 + 12x - 6$$

zweite Ableitung

(Sprechweise: "f zwei Strich von x ist gleich 60 mal x hoch 2 ...")

$$\Rightarrow f'''(x) = 120x + 12$$

dritte Ableitung

(Sprechweise: "f drei Strich von x ist gleich 120x plus 12")

Aufgaben (IV) – Differenzialrechnung - Ableitungen

Aufgabe: Berechnen Sie die erste, zweite und dritte Ableitung folgender Funktionen:

a) $f(x) = 3x^4$

b) $g(x) = x^4 - 7x^3 + 6x$

c) $h(x) = -2x^5 + 6x^2$

d) $i(x) = 4x^3 - 4x + 7$

e) $j(x) = x^{-5}$

f) $k(x) = 2x^{-3} + 3x^2$