

Additionsverfahren

Additionsverfahren (bei zwei Gleichungen und zwei Variablen (Unbekannten))

Die Idee war:

Die Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur einer Variablen entsteht.

Beispiel:

$$\begin{array}{l} (I) \quad 2x - 5y = -8 \quad | \cdot (-2) \\ (II) \quad 3x - 2y = 10 \quad | \cdot 5 \\ \hline (I) \quad -4x + 10y = 16 \\ (II) \quad 15x - 10y = 50 \\ \hline \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} (I) \\ (II) \end{array}} \right\} +$$
$$\begin{array}{l} 11x = 66 \quad | : 11 \\ \underline{x = 6} \end{array}$$

Hier hat man die erste Gleichung (I) mit -2 und die zweite Gleichung (II) mit 5 multipliziert.

Damit erhält man diese beiden Gleichungen.

Addiert man beide Gleichungen dieses Systems, so erhält man eine lineare Gleichung mit nur einer Variablen. Diese Gleichung löst man anschließend.

Um den y-Wert zu berechnen, setzt man den x-Wert $x = 6$ in eine der beiden Gleichungen [(I) oder (II)] ein:

$$\begin{array}{l} (II) \quad 3 \cdot 6 - 2y = 10 \\ 18 - 2y = 10 \quad | -18 \\ -2y = -8 \quad | : (-2) \\ \underline{y = 4} \end{array}$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems: $\mathbf{IL} = \{(6 | 4)\}$

Additionsverfahren (ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Variablen)

Die Idee ist:

Man betrachte die erste und zweite Gleichung.

Die beiden Gleichungen werden geeignet multipliziert, damit beim Addieren der rechten und linken Seiten eine Variable herausfällt (eliminiert wird) und eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht.

Dann betrachte man die erste und dritte Gleichung.

Diese beiden Gleichungen werden wieder geeignet multipliziert, damit beim Addieren dieselbe Variable wie vorher eliminiert wird und erneut eine Gleichung mit nur noch zwei Variablen entsteht. Mit den beiden Gleichungen mit zwei Variablen verfährt man wie oben beschrieben.

Beispiel: Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Variablen

$$(I) \quad 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 3 \qquad \qquad | \cdot 4$$

$$(II) \quad 3x + 2y + 5z = 22 \quad | \cdot (-2)$$

$$(III) \quad 4x + 5y + z = 17 \qquad \qquad \qquad | \cdot (-2)$$

$$\begin{array}{r} (I) \quad 6x + 9y + 12z = 60 \\ (II) \quad -6x - 4y - 10z = -44 \\ \hline (II') \quad 5y + 2z = 16 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} (I) \\ (II) \end{array}} \right\} +$$

$$\begin{array}{r} (I) \quad 8x + 12y + 16z = 80 \\ (III) \quad -8x - 10y - 2z = -34 \\ \hline (III') \quad 2y + 14z = 46 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} (I) \\ (III) \end{array}} \right\} +$$

$$(II') \quad 5y + 2z = 16 \quad | \cdot 2$$

$$(III') \quad 2y + 14z = 46 \quad | \cdot (-5)$$

$$\begin{array}{r} (II') \quad 10y + 4z = 32 \\ (III') \quad -10y - 70z = -230 \\ \hline \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} (II') \\ (III') \end{array}} \right\} +$$

$$-66z = -198 \quad | : (-66)$$

$$\underline{\underline{z = 3}}$$

z = 3 einsetzen in (III')

$$(III') \quad 2y + 14 \cdot 3 = 46$$

$$2y + 42 = 46 \quad | -42$$

$$2y = 4 \quad | : 2$$

$$\underline{\underline{y = 2}}$$

z = 3 und y = 2 einsetzen in (I)

$$(I) \quad 6x + 9 \cdot 2 + 12 \cdot 3 = 60$$

$$6x + 54 = 60 \quad | -54$$

$$6x = 6 \quad | : 6$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems: $\mathbf{IL} = \{(1 | 2 | 3)\}$

Beispiel: Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Variablen - kurzschreibweise

$$\begin{array}{l} (I) \quad 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 3 \\ (II) \quad 3x + 2y + 5z = 22 \quad | \cdot (-2) \\ (III) \quad 4x + 5y + z = 17 \quad | \cdot (-2) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array}} \right\} + \left. \vphantom{\begin{array}{l} (I) \\ (II) \\ (III) \end{array}} \right\} +$$

$$\begin{array}{l} (II') \quad 5y + 2z = 16 \quad | \cdot 2 \\ (III') \quad 2y + 14z = 46 \quad | \cdot (-5) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (II') \\ (III') \end{array}} \right\} +$$

$$-66z = -198 \quad | : (-66)$$

$$\underline{\underline{z = 3}}$$

z = 3 einsetzen in (III')

$$\begin{array}{l} (III') \quad 2y + 14 \cdot 3 = 46 \\ \quad \quad 2y + 42 = 46 \quad | -42 \\ \quad \quad 2y = 4 \quad | : 2 \\ \quad \quad \underline{\underline{y = 2}} \end{array}$$

z = 3 und y = 2 einsetzen in (I)

$$\begin{array}{l} (I) \quad 6x + 9 \cdot 2 + 12 \cdot 3 = 60 \\ \quad \quad 6x + 54 = 60 \quad | -54 \\ \quad \quad 6x = 6 \quad | : 6 \\ \quad \quad \underline{\underline{x = 1}} \end{array}$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems: $\mathbf{IL} = \{(1 \mid 2 \mid 3)\}$