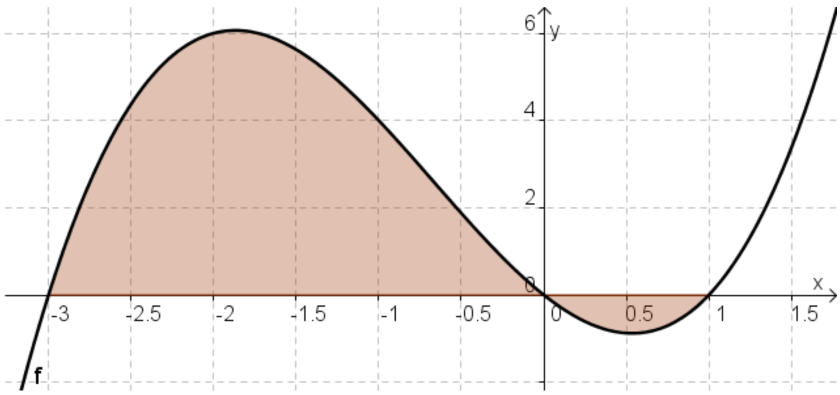
Eingeschlossene Fläche zwischen dem Graphen einer Funktion und der x-Achse

Vorgehensweise:

- Nullstellen der Funktion berechnen
- Funktion zwischen den Nullstellen integrieren



Beispiel:

Bestimmen Sie die eingeschlossene Fläche zwischen dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$ und der x-Achse.

- Nullstellen der Funktion bestimmen
  - $f(x) = 0$
    $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$
  - x ausklammern und pq-Formel verwenden → 3 Nullstellen; 0; 1; -3
- D.h. es gibt zwei eingeschlossene Flächen zwischen der x-Ache und dem Funktionsgraphen von f.
  - $$\int_{-3}^{0} x^3 + 2x^2 - 3x \; dx = \left[\tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{2}{3}x^3 - \tfrac{3}{2}x^2\right]_{-3}^{0}$$
    $$= (\tfrac{1}{4}0^4 + \tfrac{2}{3}0^3 - \tfrac{3}{2}0^2) - (\tfrac{1}{4}(-3)^4 + \tfrac{2}{3}(-3)^3 - \tfrac{3}{2}(-3)^2)$$
    $$= 0 - (-11\tfrac{1}{4}) = 11\tfrac{1}{4}$$
  - $$\int_{0}^{1} x^3 + 2x^2 - 3x \; dx = \left[\tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{2}{3}x^3 - \tfrac{3}{2}x^2\right]_{0}^{1}$$
    $$= (\tfrac{1}{4}1^4 + \tfrac{2}{3}1^3 - \tfrac{3}{2}1^2) - (\tfrac{1}{4}0^4 + \tfrac{2}{3}0^3 - \tfrac{3}{2}0^2)$$
    $$= -\tfrac{7}{12} - 0 = -\tfrac{7}{12}$$
- Eingeschlossene Fläche = $11\tfrac{1}{4} + \tfrac{7}{12} = 11\tfrac{5}{6} \quad FE$