

## Funktionsgleichung bestimmen

### 1. Fall

**Gegeben:** Der Scheitelpunkt und ein weiterer Punkt einer Parabel

**Gesucht:** Funktionsgleichung der Parabel

**Beispiel:** Von einer Parabel kennt man den Scheitelpunkt  $S(-1 | 5)$  und einen weiteren Punkt  $P(2 | 32)$ . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel.

- Scheitelpunktsform:  $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ ,  $S(x_s | y_s)$
- Scheitelpunkt  $S(-1 | 5)$  (d.h.  $x_s = -1$  und  $y_s = 5$ ) einsetzen:  $f(x) = a(x + 1)^2 + 5$
- Punkt  $P(2 | 32)$  einsetzen: (d.h.  $x = 2$  und  $y = f(x) = 32$ )  
$$32 = a(2 + 1)^2 + 5$$
$$32 = 9a + 5$$
$$27 = 9a$$
$$\underline{3 = a}$$
- Funktionsgleichung der Parabel lautet:  $f(x) = 3(x + 1)^2 + 5$

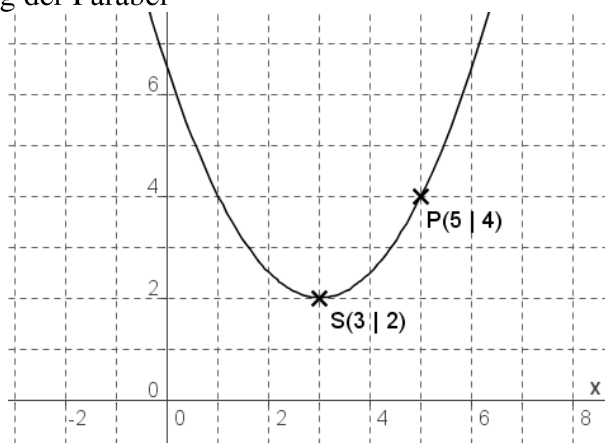
---

### 2. Fall

**Gegeben:** Parabelzeichnung

**Gesucht:** Funktionsgleichung der Parabel

**Beispiel:**



Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel.

- Scheitelpunkt und einen Punkt bestimmen:  $S(3 | 2)$ ,  $P(5 | 4)$
- Rest wie im 1. Fall:
  - Scheitelpunktsform:  $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$ ,  $S(x_s | y_s)$
  - Scheitelpunkt  $S(3 | 2)$  (d.h.  $x_s = 3$  und  $y_s = 2$ ) einsetzen:  
$$f(x) = a(x - 3)^2 + 2$$
  - Punkt  $P(5 | 4)$  einsetzen: (d.h.  $x = 5$  und  $y = f(x) = 4$ )  
$$4 = a(5 - 3)^2 + 2$$
$$4 = 4a + 2$$
$$2 = 4a$$
$$\underline{0,5 = a}$$
  - Funktionsgleichung der Parabel lautet:  $f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 2$

### 3. Fall

**Gegeben:** Drei Punkte einer Parabel

**Gesucht:** Funktionsgleichung der Parabel

**Beispiel:** Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel, die durch die drei Punkte A(-1 | 12), B(2 | 15) und C(5 | -18) verläuft.

- Normalform:  $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Punkt A(-1 | 12) einsetzen: (d.h.  $x=-1$  und  $y=f(x)=12$ )  
$$12 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$$

(I)  $12 = a - b + c$
- Punkt B(2 | 15) einsetzen: (d.h.  $x=2$  und  $y=f(x)=15$ )  
$$15 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$$

(II)  $15 = 4a + 2b + c$
- Punkt C(5 | -18) einsetzen: (d.h.  $x=5$  und  $y=f(x)=-18$ )  
$$-18 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c$$

(III)  $-18 = 25a + 5b + c$
  
- Wir erhalten ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Unbekannten:
  - (I)  $a - b + c = 12$
  - (II)  $4a + 2b + c = 15$
  - (III)  $25a + 5b + c = -18$
- Nach dem Lösen mit bekannten Verfahren (Additionsverfahren) bekommt man folgende Ergebnisse:  
$$\underline{a = -2}, \underline{b = 3} \text{ und } \underline{c = 17}$$
- Funktionsgleichung der Parabel lautet:  $f(x) = -2x^2 + 3x + 17$

#### Probe:

$$\begin{aligned} \text{A}(-1 | 12): \quad f(-1) &= -2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 17 = -2 - 3 + 17 = 12 && \text{(wahr)} \\ \text{B}(2 | 15): \quad f(2) &= -2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 17 = -8 + 6 + 17 = 15 && \text{(wahr)} \\ \text{C}(5 | -18): \quad f(5) &= -2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 17 = -50 + 15 + 17 = -18 && \text{(wahr)} \end{aligned}$$

### 4. Fall

**Gegeben:** Parabelzeichnung

**Gesucht:** Funktionsgleichung der Parabel

**Beispiel:**

- Drei Punkte aus der Parabelzeichnung bestimmen.
- Rest wie im 3. Fall.