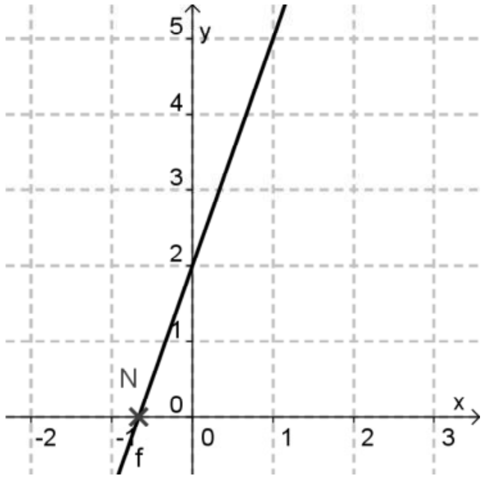
Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen

Definition: Nullstellen sind die Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit der x-Achse.

Die Nullstellen einer Funktion erhält man, indem man die Funktion gleich 0 setzt.

Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen ersten Grades (Linearen Funktionen [Geraden])

Beispiel: $f(x) = 3x + 2$



Berechnung der Nullstelle:

$$f(x) = 0$$
$$3x + 2 = 0 \quad |-2$$
$$3x = -2 \quad |:3$$
$$x = -\frac{2}{3} \approx -0{,}67$$

Nullstelle: $N\left(-\frac{2}{3}\middle|0\right)$ oder $N(-0{,}67\,|\,0)$

Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen zweiten Grades (Quadratische Funktionen [Parabel])

Quadratische Funktionen können 0, 1 oder 2 Nullstellen haben.

Beispiel: $f(x) = 2x^2 - 16x + 14$

$$f(x) = 0$$
$$2x^2 - 16x + 14 = 0 \quad |:2$$
$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

Normalform der quadratischen Gleichung

p = -8 ; q = 7

Anwendung der pq-Formel:

$$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16 - 7}$$
$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{9}$$

Diskriminante D = 9 >0 → zwei Lösungen

$$x_{1/2} = 4 \pm 3$$
$$x_1 = 4 + 3 = 7$$
$$x_2 = 4 - 3 = 1$$

N_1(7 | 0) und N_2(1 | 0)

Es gibt zwei Nullstellen.

Nullstellenbestimmung bei ganzrationale Funktionen 3. Grades (Kubische Funktionen)

Kubische Funktionen können 1, 2 oder 3 Nullstellen haben.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

1. Fall: d = 0

Beispiel: $f(x) = 5x^3 + 10x^2 - 40x$

$f(x) = 0$

$5x^3 + 10x^2 - 40x = 0$

$x(5x^2 + 10x - 40) = 0$ x ausklammern

$\underline{\underline{x = 0}}$ oder $5x^2 + 10x - 40 = 0$ erste Nullstelle $x = 0$

$5x^2 + 10x - 40 = 0 \quad |:5$

$x^2 + 2x - 8 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

p = 2; q = -8

Anwendung der pq-Formel:

$$\boxed{x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

$x_{1/2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$

$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{1+8}$

$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{9}$

$x_{1/2} = -1 \pm 3$

$x_1 = -1 + 3 = \underline{\underline{2}}$

$x_2 = -1 - 3 = \underline{\underline{-4}}$

Die Funktion $f(x) = 5x^3 + 10x^2 - 40x$ hat drei Nullstellen:

N$_1$(0 | 0); N$_2$(2 | 0); N$_3$(-4 | 0)