Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen der Form f(x) = axⁿ + c

$$f(x) = ax^n + c$$

Vorgehensweise:

- Funktion gleich Null setzen
- Nach x auflösen
- Geeignete Wurzel ziehen (die n.te-Wurzel ziehen)
- **Beachte**:
  - **Ungerade Wurzel** kann man aus jeder reellen Zahl ziehen auch von einer negativen Zahl und es gibt immer genau eine Lösung.
  - **Gerade Wurzel** kann man nur von reellen Zahlen, die größer oder gleich Null sind, ziehen. Es gibt
    - keine Lösung bei negativen Zahlen,
    - eine Lösung bei Null,
    - zwei Lösungen bei positiven Zahlen.

1. Beispiel: $f(x) = 2x^3 + 16$

$f(x) = 0$

$2x^3 + 16 = 0 \quad | -16$

$2x^3 = -16 \quad | :2$

$x^3 = -8 \quad | \sqrt[3]{\ }$

$x = \sqrt[3]{-8}$ ungerade Wurzel

$\underline{\underline{x = -2}}$

Die Funktion $f(x) = 2x^3 + 16$ hat eine Nullstellen **N(-2 | 0)**

2. Beispiel: $g(x) = -4x^4 + 36$

$g(x) = 0$

$-4x^4 + 36 = 0 \quad | -36$

$-4x^4 = -36 \quad | :(-4)$

$x^4 = 9 \quad | \sqrt[4]{\ }$

$x = \pm\sqrt[4]{9}$ gerade Wurzel

$\underline{\underline{x \approx \pm 1{,}73}}$

Die Funktion $g(x) = -4x^4 + 36$ hat zwei Nullstellen $\mathbf{N_1(-1{,}73 \mid 0)}$ und $\mathbf{N_2(1{,}73 \mid 0)}$.

3. Beispiel: $h(x) = -3x^5 - 39$

$$h(x) = 0$$
$$-3x^5 - 39 = 0 \quad | +39$$
$$-3x^5 = 39 \quad |:(-3)$$
$$x^5 = -13 \quad | \sqrt[5]{}$$
$$x = \sqrt[5]{-13} \qquad \text{ungerade Wurzel}$$
$$\underline{\underline{x \approx -1{,}67}}$$

Die Funktion $h(x) = -3x^5 - 39$ hat eine Nullstellen **N(-1,67 | 0)**.

4. Beispiel: $i(x) = 5x^2 + 20$

$$i(x) = 0$$
$$5x^2 + 20 = 0 \quad | -20$$
$$5x^2 = -20 \quad |:5$$
$$x^2 = -4 \quad | \sqrt{} \qquad \text{gerade Wurzel}$$

Die Funktion $i(x) = 5x^2 + 20$ hat **keine Nullstelle**.

5. Beispiel: $j(x) = -8x^6$

$$j(x) = 0$$
$$-8x^6 = 0 \quad |:(-8)$$
$$x^6 = 0 \quad | \sqrt[6]{}$$
$$x = \sqrt[6]{0} \qquad \text{gerade Wurzel}$$
$$\underline{\underline{x = 0}}$$

Die Funktion $j(x) = -8x^6$ hat eine Nullstelle **N(0 | 0)**.