Achsensymmetrie

Eine Funktion heißt **achsensymmetrisch** (zur y-Achse), wenn gilt

$$f(x) = f(-x)$$

D.h. der Funktionswert (y-Wert) bleibt gleich, wenn x gegen (-x) ersetzt wird.

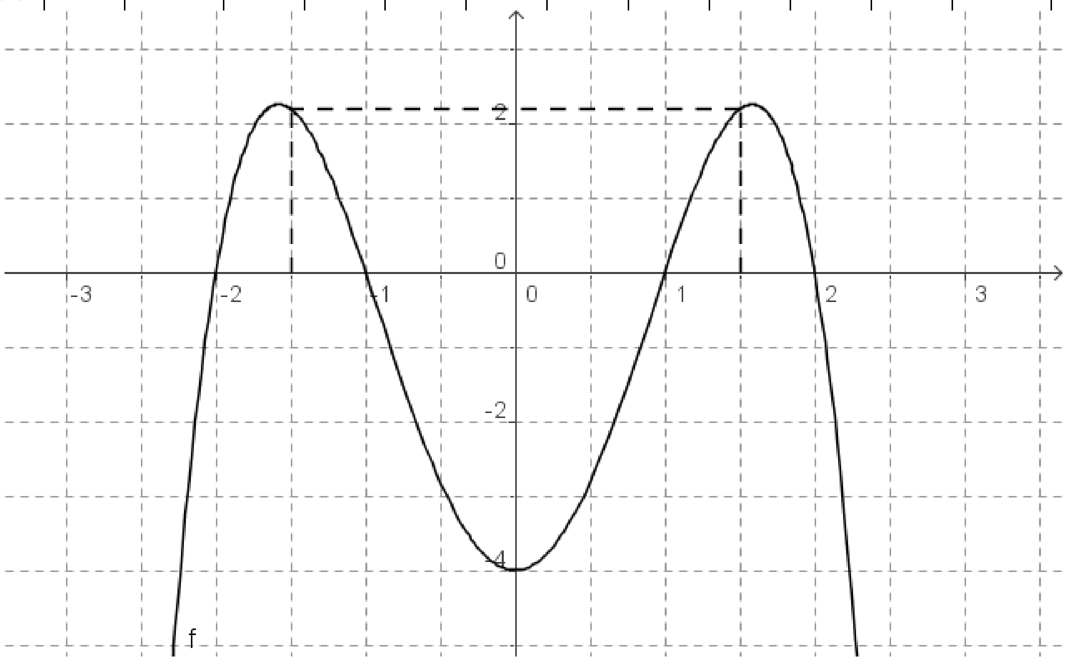
Eine ganzrationale Funktion ist genau dann **achsensymmetrisch**, wenn die Funktion nur gerade Exponenten (Hochzahlen) enthält.

Zum Beispiel gilt für $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$:

- Exponenten von f(x): 4, 2 und 0 => f(x) ist achsensymmetrisch
- $f(-x) = -(-x)^4 + 5 \cdot (-x)^2 - 4 = -x^4 + 5x^2 - 4 = f(x)$

Beispiel: $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y=f(x)	-40	-11,8	0	2,2	0	-2,8	-4	-2,8	0	2,2	0	-11,8	-40



Wertetabelle und Graph der Funktion zeigen, dass der Funktionswert y gleich bleibt, wenn x gegen (-x) ersetzt wird.

Punktsymmetrie

Eine Funktion heißt **punktsymmetrisch** (zum Ursprung), wenn gilt

$$f(x) = -f(-x)$$

D.h. der Funktionswert (y-Wert) ändert sein Vorzeichen, wenn x gegen (-x) ersetzt wird.

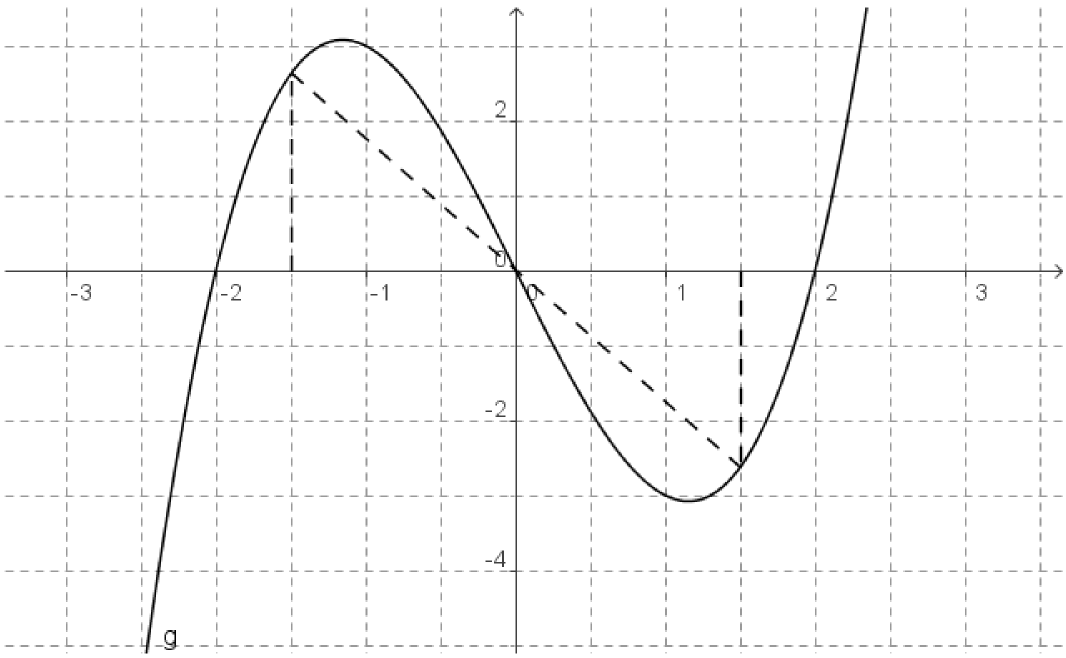
Eine ganzrationale Funktion ist genau dann **punktsymmetrisch**, wenn die Funktion nur ungerade Exponenten (Hochzahlen) enthält.

Zum Beispiel gilt für $g(x) = x^3 - 4x$:

- Exponenten von g(x): 3 und 1 => g(x) ist punktsymmetrisch
- $g(-x) = (-x)^3 - 4 \cdot (-x) = -x^3 + 4x = -(x^3 - 4x) = -g(x)$

Beispiel: $g(x) = x^3 - 4x$

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y=g(x)	-15	-5,6	0	2,6	3	1,9	0	-1,9	-3	-2,6	0	5,6	15



Wertetabelle und Graph der Funktion zeigen, dass der Funktionswert y sein Vorzeichen ändert, wenn x gegen (-x) ersetzt wird.

Beachte: Es gibt auch Funktionen die nicht symmetrisch sind, d.h. sie sind weder achsen- noch punktsymmetrisch. Z.B. $f(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x$ ist weder achsen- noch punktsymmetrisch, weil in der Gleichung sowohl gerade als auch ungerade Exponenten vorkommen.