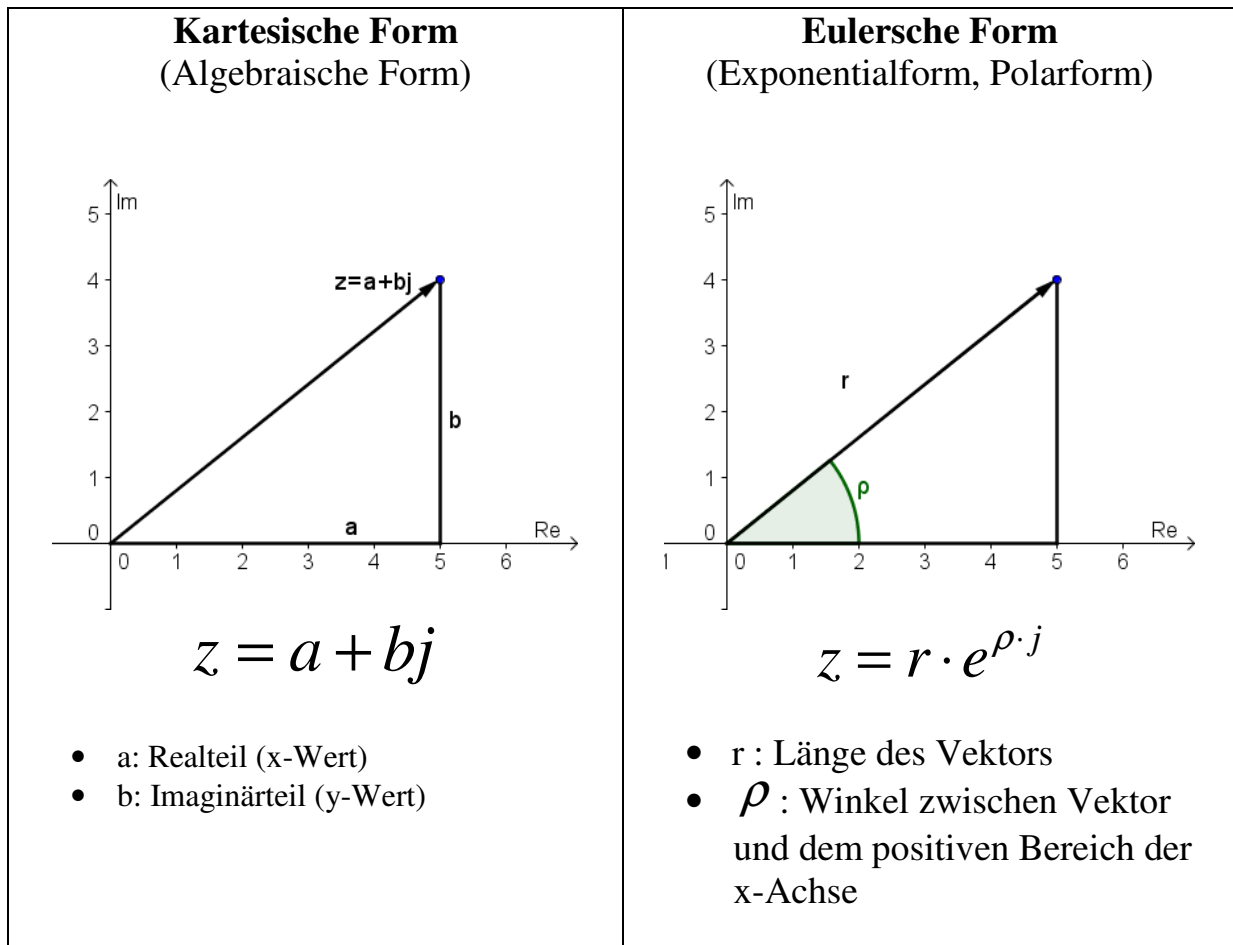


Umwandlung: Kartesische Form \Leftrightarrow Eulersche Form



Von der eulerschen Form in die kartesische Form

Gegeben: $z = r \cdot e^{\rho \cdot j}$

Gesucht: $z = a + bj$

$$a = r \cdot \cos(\rho)$$

$$b = r \cdot \sin(\rho)$$

Beispiel:

$$z = 4 \cdot e^{70^\circ \cdot j}$$

$$= 4 \cdot \cos(70^\circ) + 4 \cdot \sin(70^\circ) \cdot j$$

$$= 1,37 + 3,76j$$

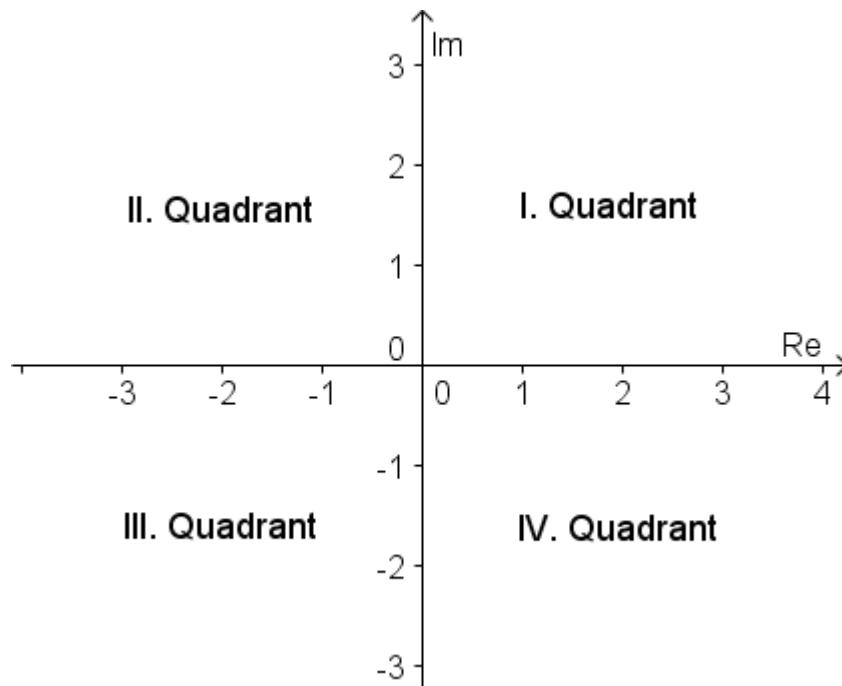
Von der kartesischen Form in die eulersche Form

Gegeben: $z = a + bj$

Gesucht: $z = r \cdot e^{\rho \cdot j}$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\rho = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & a > 0 \quad b \geq 0 & \text{I. Quadrant} \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + 180^\circ & a < 0 & \text{II. \& III. Quadrant} \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + 360^\circ & a > 0 \quad b < 0 & \text{IV. Quadrant} \\ 90^\circ & a = 0, \quad b > 0 \\ 270^\circ & a = 0, \quad b < 0 \\ \text{unbestimmt} & a = 0, \quad b = 0 \end{cases}$$



Bemerkung: „Arkustangens von x “ $\arctan(x) = \tan^{-1}(x)$ ist die Umkehrfunktion von Tangensfunktion $\tan(x)$.

Beispiele: Von der kartesischen Form in die eulersche Form

1. Beispiel: $z = 3 + 7j$ (ist im I. Quadranten)

$$r = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} \approx 7,62$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{7}{3}\right) \approx 66,8^\circ$$

$$z = 7,62 \cdot e^{66,8^\circ \cdot j}$$

2. Beispiel: $z = -5 + 2j$ (ist im II. Quadranten)

$$r = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{29} \approx 5,34$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{2}{-5}\right) + 180^\circ \approx 158,2^\circ$$

$$z = 5,34 \cdot e^{158,2^\circ \cdot j}$$

3. Beispiel: $z = -8 - 6j$ (ist im III. Quadranten)

$$r = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{-6}{-8}\right) + 180^\circ \approx 216,9^\circ$$

$$z = 10 \cdot e^{216,9^\circ \cdot j}$$

4. Beispiel: $z = 3 - 11j$ (ist im IV. Quadranten)

$$r = \sqrt{3^2 + (-11)^2} = \sqrt{130} \approx 11,4$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{-11}{3}\right) + 360^\circ \approx 285,3^\circ$$

$$z = 11,4 \cdot e^{285,3^\circ \cdot j}$$

5. Beispiel: $z = 3j$

$$r = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$$

$$\rho = 90^\circ$$

$$z = 3 \cdot e^{90^\circ \cdot j}$$

6. Beispiel: $z = -7j$

$$r = \sqrt{0^2 + (-7)^2} = 7$$

$$\rho = 270^\circ$$

$$z = 7 \cdot e^{270^\circ \cdot j}$$

7. Beispiel: $z = 6$

$$r = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{0}{6}\right) = 0^\circ$$

$$z = 6 \cdot e^{0^\circ \cdot j} = 6$$

8. Beispiel: $z = -13$

$$r = \sqrt{(-13)^2 + 0^2} = 13$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{0}{-13}\right) + 180^\circ = 180^\circ$$

$$z = 13 \cdot e^{180^\circ \cdot j}$$