Berechnung von Wendepunkten mit Hilfe der zweiten Ableitung – 1. Möglichkeit

1. **Notwendige Bedingung**: $f''(x) = 0$
   Der Graph hat an einem Wendepunkt keine Krümmung (Zweite Ableitung = 0).
2. **Hinreichende Bedingung**: $f''(x)$ muss einen Vorzeichenwechsel an der Wendestelle aufweisen, d.h. die Krümmung hat einen Vorzeichenwechsel.

Vorgehensweise:

1. Berechnen Sie die zweite Ableitung $f''(x)$.
2. Setzen Sie die zweite Ableitung gleich Null und lösen Sie die Gleichung: $f''(x) = 0$.

   (z.B. hat man eine Lösung x_3. D.h. an der Stelle x_3 kann ein Wendepunkt vorliegen.)
3. Untersuchen Sie die Stelle x_3:

   - Setzen Sie ein Wert links von x_3 und ein Wert rechts von x_3 in die zweite Ableitung.

x	x-Wert links von x_3 d.h. kleiner als x_3	x_3	x-Wert rechts von x_3 d.h. größer als x_3
$f''(x)$		**0**	

   - Falls ein Vorzeichenwechsel von + nach - oder von - nach + vorliegt, so hat die Funktion an der Stelle x_3 einen Wendepunkt.
   - Falls kein Vorzeichenwechsel vorliegt, so hat die Funktion an der Stelle keinen Wendepunkt.

4. Setzen Sie x_3 in $f(x)$ ein, so erhalten Sie die y-Koordinate des Wendepunktes.

   - $f(x_3) = y_3 \Rightarrow WP(x_3 | y_3)$

Beachte: Wenn im zweiten Schritt mehr als eine Lösung bei der Nullsetzung der zweiten Ableitung rauskommt, so untersuchen Sie jede Stelle getrennt wie in Schritt drei und vier.

Beispiel

Aufgabe: Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = 0{,}25x^3 - 3x^2 + 9x + 1$$

Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen von f.

Lösung

$f'(x) = 0{,}75x^2 - 6x + 9$

$f''(x) = 1{,}5x - 6$

Bestimmung der Wendepunkte:

Notwendige Bedingung:

$$f''(x) = 0$$
$$1{,}5x - 6 = 0 \quad |+6$$
$$1{,}5x = 6 \quad |:1{,}5$$
$$x = 4$$

Hinreichende Bedingung:

x	3	**4**	5
$f''(x)$	-1,5	0	1,5
	-		**+**

$\Rightarrow$ **WP** (an der Stelle x=4 liegt ein **Wendepunkt** vor)

$f(4) = 0{,}25 \cdot 4^3 - 3 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 + 1 = 5$ $\Rightarrow$ **WP(4 | 5)**