Berechnung von Wendepunkten mit Hilfe der zweiten und dritten Ableitung – 2. Möglichkeit

1. **Notwendige Bedingung**: $f''(x)=0$

   Der Graph hat an einem Wendepunkt keine Krümmung (2.Ableitung = 0).

2. **Hinreichende Bedingung**: $f'''(x) \neq 0$

Vorgehensweise:

1. Lösen Sie die Gleichung $f''(x)=0$. (z.B. hat man eine Lösung x_3 .) Die Nullstellen der zweiten Ableitung sind die möglichen Wendestellen.
2. Setzen Sie die gefundenen Werte für x in die dritte Ableitung $f'''(x)$ ein (hier: x_3):

   - $f'''(x_3) \neq 0$ $\Rightarrow$ **Wendepunkt (WP)**

3. Setzen Sie x_3 in $f(x)$ ein, so erhalten Sie die y-Koordinate des Wendepunktes.

   - $f(x_3) = y_3 \Rightarrow WP(x_3 \mid y_3)$

Beachte: Wenn im ersten Schritt mehr als eine Lösung bei der Nullsetzung der zweiten Ableitung rauskommt, so untersuchen Sie jede Stelle getrennt wie im Schritt zwei und drei.

Beispiel

Aufgabe: Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = 0{,}25x^3 - 3x^2 + 9x + 1$$

Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen von f.

Lösung

$$f'(x) = 0{,}75x^2 - 6x + 9$$
$$f''(x) = 1{,}5x - 6$$
$$f'''(x) = 1{,}5$$

Bestimmung der Wendepunkte:

Notwendige Bedingung:

$$f''(x) = 0$$
$$1{,}5x - 6 = 0 \quad | +6$$
$$1{,}5x = 6 \quad | : 1{,}5$$
$$x = 4$$

Hinreichende Bedingung:

$f'''(4) = 1{,}5 \neq 0 \Rightarrow$ **WP** (an der Stelle x=4 liegt ein **Wendepunkt** vor)

$f(4) = 0{,}25 \cdot 4^3 - 3 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 + 1 = 5 \Rightarrow$ **WP(4 | 5)**