Nullstellen mit der pq-Formel Fehler! Textmarke nicht definiert.

Nullstellen sind die Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit der x-Achse.
Nullstellen werden <u>immer</u> durch Null setzen der Gleichung bestimmt.

Nullstellenberechnung bei linearen Funktionen (Geraden)

Bei linearen Funktionen (Geraden) gibt es höchstens eine Nullstelle. Diese wird durch Null setzen der Gleichung bestimmt.

Beispiel: $g(x) = 2x + 6$

Nullstellenbestimmung der Geraden:

$$g(x) = 0$$

$$2x + 6 = 0 \quad |-6$$

$$2x = -6 \quad |:2$$

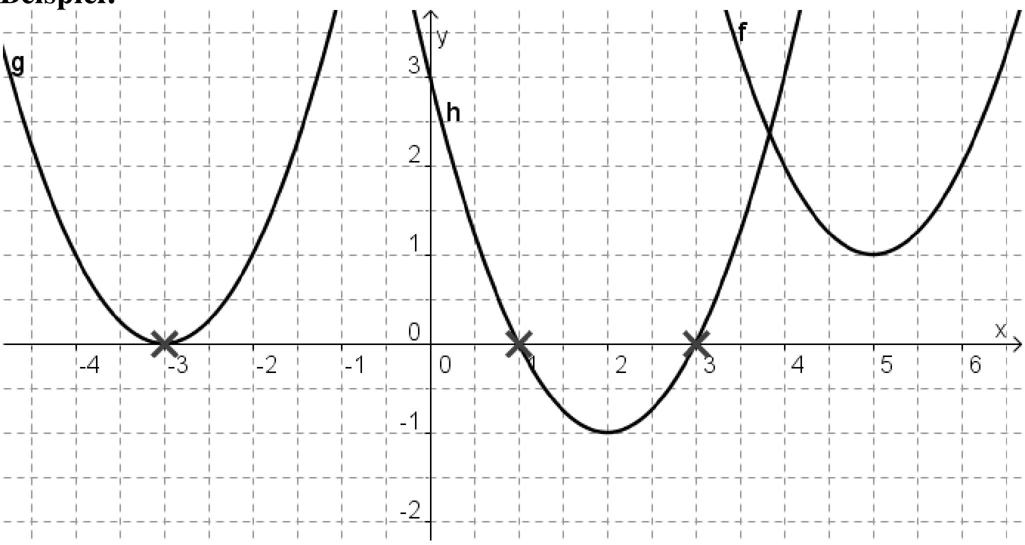
$$\underline{x = -3}$$

Nullstelle N(-3 / 0)

Nullstellenberechnung bei quadratischen Funktionen (Parabel)

<u>Nullstellen berechnet</u> man auch bei quadratischen Funktionen <u>durch Null setzen der Funktion</u>, aber bei quadratischen Funktionen kann es keine, eine oder zwei Nullstellen geben.

Beispiel:



Wie man an der Zeichnung sehen kann, hat die Funktion **f** keine Nullstelle, die Funktion **g** eine Nullstelle und die Funktion **h** zwei Nullstellen.

Normalform der quadratischen Gleichung**:** $x^2 + px + q = 0$

Herleitung der pq-Formel:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \qquad \Big|\sqrt{}$$

$$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \qquad \Big| - \frac{p}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

pq-Formel: $$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Die **Diskriminante** $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ist der Wert, was unter der Wurzel berechnet wird.

Das Vorzeichen der Diskriminante bestimmt die Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung.

- 1.Fall: **D < 0:** Keine Lösung (keine Nullstelle), weil man die Wurzel einer negativen Zahl nicht ziehen kann.
- 2.Fall: **D = 0:** Eine Lösung (eine Nullstelle)
- 3.Fall: **D > 0:** Zwei Lösungen (zwei Nullstellen)

Bemerkung: Bei quadratischen Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ muss man zuerst durch die Zahl a dividieren, um die Normalform zu erhalten.

1. Beispiel: $f(x) = x^2 - 8x + 7$

$x^2 - 8x + 7=0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -8;\ q = 7$

Anwendung der pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-7}$$

$$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{9}$$

Diskriminante D = 9 >0 → zwei Lösungen

$$x_{1/2} = 4 \pm 3$$

$$x_1 = 4+3 = 7$$

$$x_2 = 4-3 = 1$$

$N_1(7 / 0)$ und $N_2(1 / 0)$ Es gibt zwei Nullstellen.

2. Beispiel: $f(x) = x^2 + 12x + 36$

$x^2 + 12x + 36 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = 12 ;\ q = 36$

Anwendung der pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 36}$$

$$x_{1/2} = -6 \pm \sqrt{36-36}$$

$$x_{1/2} = -6 \pm \sqrt{0}$$

Diskriminante D = 0 → eine Lösung

$$x_{1/2} = -6 \pm 0 = -6$$

N(-6 / 0) Es gibt eine Nullstelle.

3. Beispiel: $f(x) = 2x^2 - 12x + 36$

$2x^2 - 12x + 36 = 0 \mid :2$

$x^2 - 6x + 18 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -6 ;\ q = 18$

Anwendung der pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 18}$$

$$x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{9-18}$$

$$x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{-9}$$

Diskriminante D = -9 < 0 → keine Lösung

Die Funktion hat keine Nullstelle.

4. Beispiel: $f(x) = 3x^2 - 6x$

$3x^2 - 6x = 0 \quad | :3$ — Normalform der quadratischen Gleichung

$x^2 - 2x = 0$

$p = -2; q = 0$

Anwendung der pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 0}$$

Diskriminante D = 1 >0 → zwei Lösungen

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1}$$

$$x_{1/2} = 1 \pm 1$$

$$x_1 = 1 + 1 = 2$$

$$x_2 = 1 - 1 = 0$$

$N_1(2 / 0)$ und $N_2(0 / 0)$ — Es gibt zwei Nullstellen.

5. Beispiel: $f(x) = 5x^2 - 20$

$5x^2 - 20 = 0 \quad | :5$ — Normalform der quadratischen Gleichung

$x^2 - 4 = 0$

$p = 0; q = -4$

Anwendung der pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 + 4}$$

Diskriminante D = 4 >0 → zwei Lösungen

$$x_{1/2} = 0 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1/2} = 0 \pm 2$$

$$x_1 = 0 + 2 = 2$$

$$x_2 = 0 - 2 = -2$$

$N_1(2 / 0)$ und $N_2(-2 / 0)$ — Es gibt zwei Nullstellen.